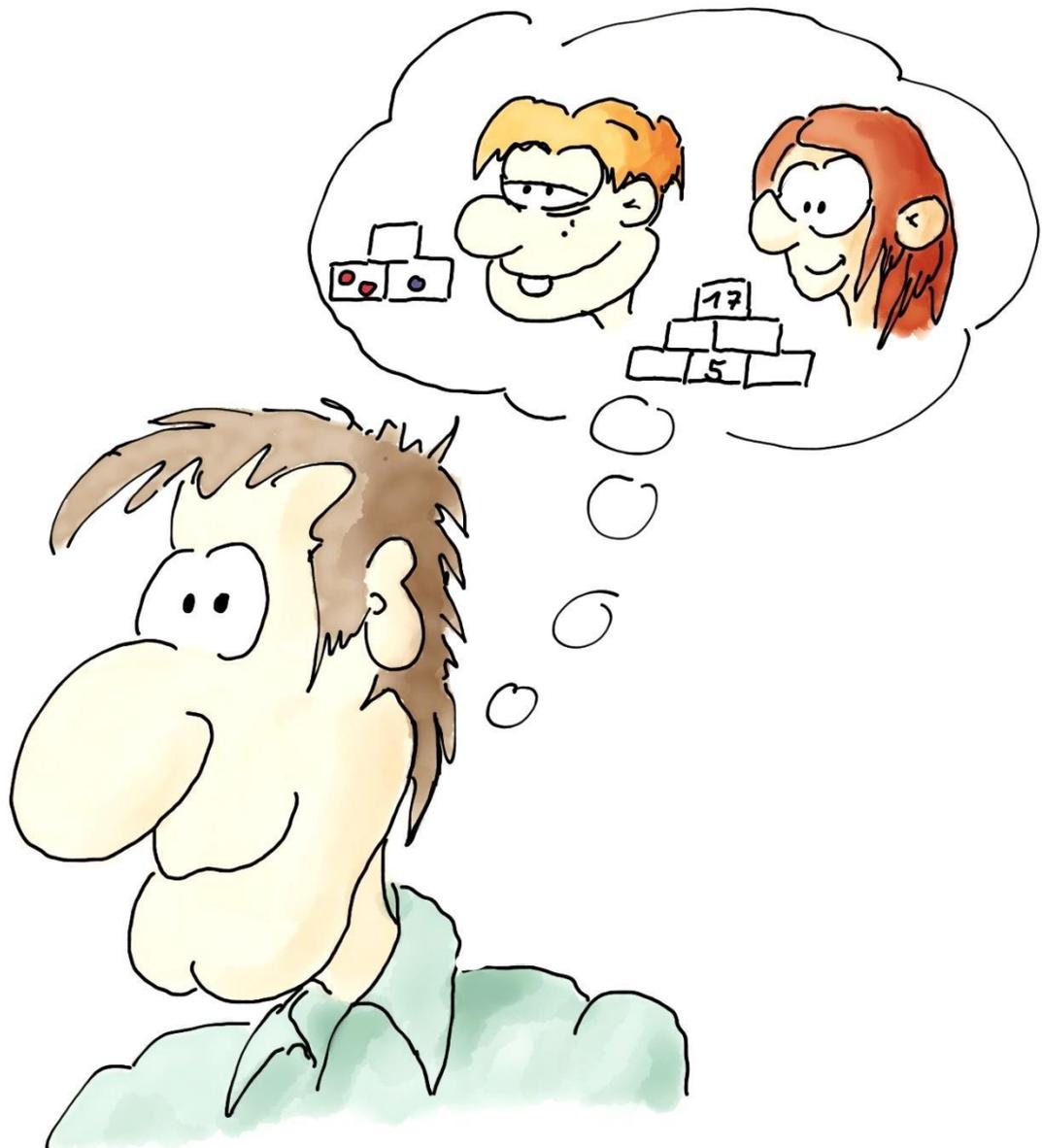


Praxishilfen zum inklusiven Mathematikunterricht





Teil III: Unterrichtsideen für die Gestaltung eines inklusiven gemeinsamen Mathematikunterrichts auf unterschiedlichen Niveaustufen

Einleitung

Mathematikunterricht so zu gestalten, dass alle Kinder profitieren, ist momentan eine der wichtigsten Herausforderungen der Grundschule. Dabei gilt es, die Schüler und Schülerinnen nicht zu vereinzeln oder in Gruppen zu separieren, sondern das Lernen an gemeinsamen Gegenständen in den Mittelpunkt des Unterrichtes zu stellen.

In direkter Anlehnung an das Modell des Projekts „Mathe inklusiv mit PIKAS“ aus dem Bereich „Aufgaben adaptieren“ haben wir acht Bereiche herausgefiltert, die bei der Vorbereitung einer inklusiven Lernumgebung berücksichtigt werden sollten. (vgl. <https://pikasmi.dzlm.de/leitideen/aufgaben-adaptieren>)

Hierzu gehören:

- Angebote verschiedener Aufgabenbereiche
- Wortspeicher einsetzen
- Forschermittel verwenden
- unterschiedliche Darstellungsformen nutzen
- offene Aufgaben einsetzen
- verschiedene Vorgehensweisen nutzen
- verwandte Aufgaben verwenden
- Tipps & Herausforderungen

In diesem Praxisteil finden sie Beispiele aus dem Bereich „Zahlen und Operationen“.

Es war unser Anspruch, mit den vorgestellten Unterrichtsideen und Hintergrundinformationen ihnen praxisnahe Unterstützung zu bieten. Die Unterrichtsmaterialien können direkt im Unterricht eingesetzt werden, haben aber vor allem exemplarischen Charakter.

Erarbeitet von:

Julia Hacker, Beatrice Otto, Heike Hoffmann, Bettina Wolff, Ulrike Laubinger und Jörg Franks



Inhalt

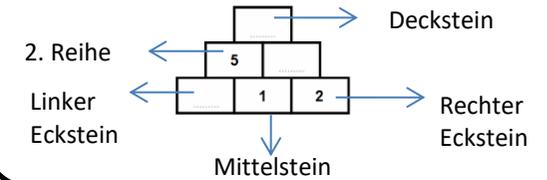
Einleitung.....	2
Zahlenmauern	5
1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche	5
2 Wortspeicher einsetzen	6
3 Forschermittel	6
4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen.....	7
5 Offene Aufgaben einsetzen	7
6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen	8
7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden.....	8
8 Tipps und Herausforderungen	8
Operative Päckchen.....	10
1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche	10
2 Wortspeicher einsetzen	11
3 Forschermittel	11
4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen.....	12
5 Offene Aufgaben einsetzen	13
6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen	13
7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden.....	13
8 Tipps und Herausforderungen	15
Sechser-Pack.....	17
1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche	18
2 Wortspeicher	19
3 Forschermittel	20
4 Unterschiedliche Darstellungen nutzen	20
5 Offene Aufgaben einsetzen	20
6 Verschiedene Vorgehensweisen ermöglichen	20
7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden.....	21
8 Tipps und Herausforderungen	21

„Zahlenmauern“

1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche

Additionsaufgaben, Rechnen „von unten nach oben“, Subtraktions- bzw. Ergänzungsaufgaben, Rechnen „von oben nach unten“, Zusammenhänge beschreiben können, Zahlenmauern mit „Wenn, dann-Zusammenhängen“, ...

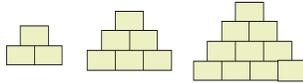
2 Wortspeicher einsetzen



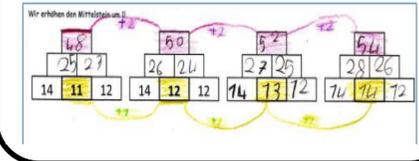
8 Tipps und Herausforderungen



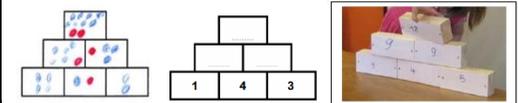
- Baue Zahlenmauern nur mit geraden / ungeraden Zahlen.



3 Forschermittel verwenden

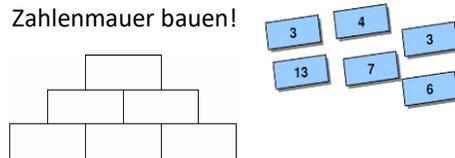


4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen

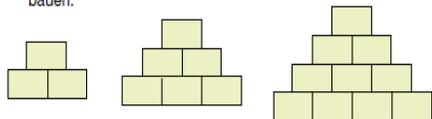


7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden

Aus vorgegebenen Ziffernkarten eine Zahlenmauer bauen!



- Zu Deckstein Zahlenmauern mit verschiedenen Stockwerken bauen.

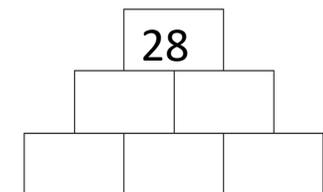


6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen

- Material nutzen (Plättchen, Naturmaterialien z.B. Kastanien, Kieselsteine)
- Markieren mit Farben und Pfeilen (Forschermittel verwenden)

5 Offene Aufgaben einsetzen

Erfinde selbst Zahlenmauern.



Zahlenmauern

Zahlenmauern gehören zu denjenigen Übungsformen, die fast alle Mathematikbücher in Jahrgang 1 und 2 anbieten. Kinder üben hier Addition und Subtraktion, sie üben in der Zahlenmauerstruktur einander bedingende Aufgaben in einer sinnvollen Reihenfolge zu lösen. Das Format „Zahlenmauer“ bietet darüber hinaus weitere Herausforderungen: Das Erforschen der Zusammenhänge zwischen den Grundsteinen, ihrer Position und dem Deckstein, die Veränderung des Decksteins bei schrittweisen Veränderungen der Grundsteine, die Ermittlung der Anzahl aller Zahlenmauern, die sich zu einem Deckstein „bauen“ lassen. Auf diese Weise lässt sich das Aufgabenformat „Zahlenmauer“ zum reinen Üben in Beziehungszusammenhängen und als komplexe Forschungsaufgabe von allen Kindern einer Lerngruppe gemeinsam, aber auf unterschiedlichen Herausforderungsebenen, bearbeiten.

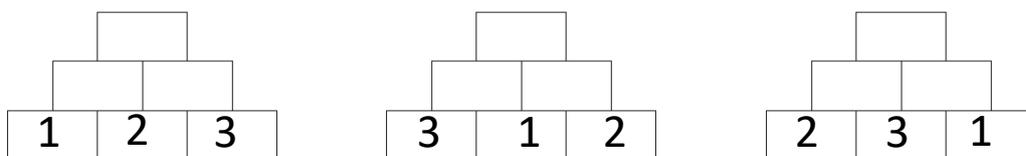
1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche

1. Additionsaufgaben, Rechnen „von unten nach oben“
2. Subtraktions- bzw. Ergänzungsaufgaben, Rechnen „von oben nach unten“
3. Zahlenmauern mit „Wenn, dann-Zusammenhängen“

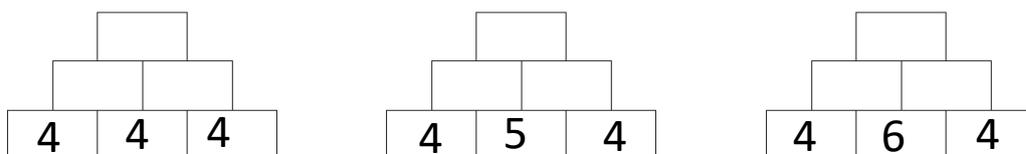
Zahlenmauern eignen sich nicht nur zum Üben der Addition und Subtraktion in verschiedenen Schwierigkeitsstufen, sondern auf Anforderungsniveau 3 auch als reflektierendes Aufgabenformat, mit dem „wenn dann“ Beziehungen untersucht werden können.

Das geschieht unter der Grundfrage: Kann ich „vorhersagen“ wie der Deckstein (Summe) der Zahlenmauer heißt, wenn ich die Basissteine (Summanden) kenne?

Sowohl innerhalb einer einzelnen Zahlenmauer lässt sich diese Fragestellung durch Umstellen der Basiszahlen untersuchen,



als auch in einer Reihung von Zahlenmauern mit sich systematisch verändernden Basiszahlen.



Die zu findende Formel für einen Zahlenmauer aus drei Schichten lautet: $a+2b+c = d$.

Die Wege zu dieser Formel, die in der Grundschule i.d.R. als Sprachformulierung: „Die Ecksteine gehen einfach in das Ergebnis ein, der Mittelstein doppelt“ lautet, sind unterschiedlich.



2 Wortspeicher einsetzen

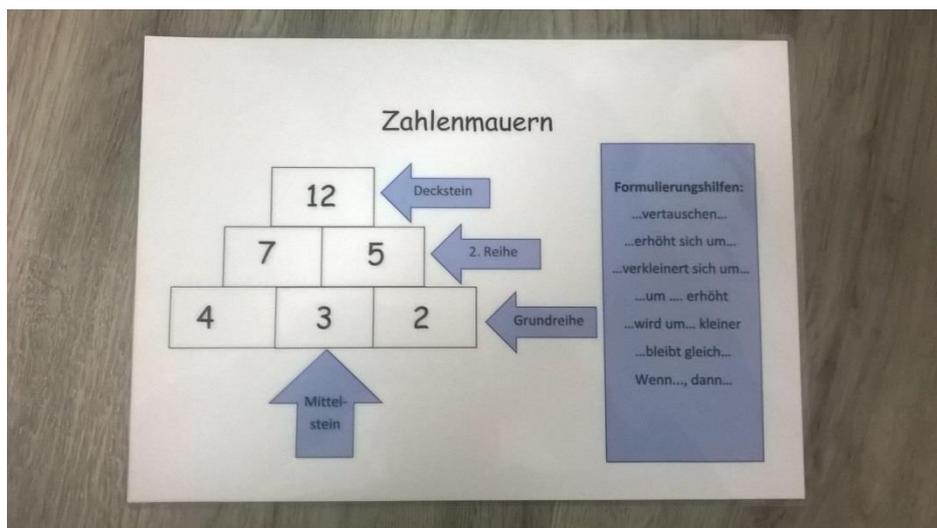
Unter dem Aspekt: Argumentieren und Begründen ist es wesentlich, sich innerhalb der Lerngruppe auf ein einheitliches Vokabular zu einigen, mit dem die Kinder ihre Entdeckungen an Zahlenmauern beschreiben können.

Darüber hinaus muss ein die Beziehung dieser Steine beschreibender Wortschatz geläufig sein: oben, unten, rechts, links, zwischen.

Nicht zu vergessen sind Mengengriffe wie: mehr, weniger, doppelt.

Hinzu kommen Chunks wie:

- Der rechte Eckstein heißt 2
- ... um ____ mehr /weniger
- Der Deckstein wird um ____ mehr / weniger, wenn der ...-Stein um ____ mehr /weniger wird.



Beispiel: Individueller Wortspeicher aus der Stiftsschule Bielefeld

Neben der Beschreibung der einzelnen Steine in der Zahlenmauer als Teile einer Reihe (Basisreihe / Grundreihe, 2. Reihe, Ergebniszahl / Deckstein ...) muss es bei der Erweiterung der Zahlenmauern um weitere Reihen auch darum gehen, die Positionen der Steine innerhalb der Reihe eindeutig zu beschreiben.

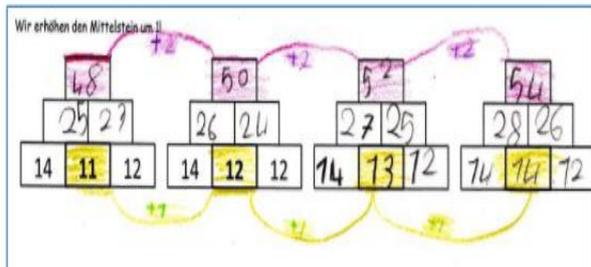
3 Forschermittel

Als Forschermittel für das Untersuchen von Zahlenmauern eignen sich besonders

- **Farbmarkierungen**, um die Zahlwertveränderungen in einer Reihung von Zahlenmauern zu kennzeichnen,



- **Farbmarkierungen**, um die Veränderungen innerhalb einer Zahlenmauer zu kennzeichnen,
- **Pfeile**, mit denen sich die Summenwertveränderungen von Zahlenmauer zu Zahlenmauer darstellen lassen.



4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen

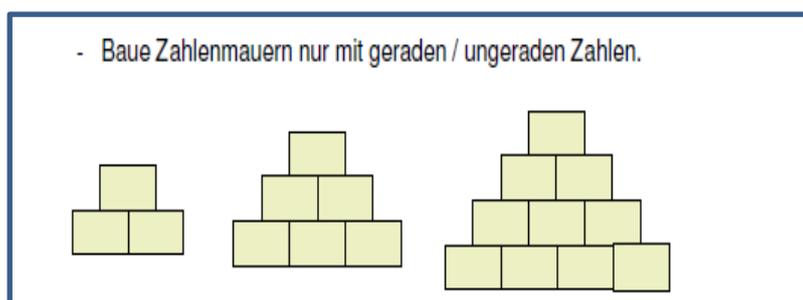
Auch mit unterschiedlichen Darstellungsformen lassen sich die Summenbeziehungen innerhalb einer Zahlenmauer erkennen.

- Seien es bei kleinen Zahlen verschieden farbige Plättchen (gern auch pro Zahl eine Farbe).
- Seien es nur Ausgangs- und Ergebniszahlen.
- Seien es die passenden Aufgaben zu den Ergebniszahlen, die in die einzelnen Mauersteine geschrieben werden.
- Seien es schon beschriftete Zahlensteine, die zu einer Mauer zusammengesetzt werden müssen.

5 Offene Aufgaben einsetzen

„Erfinde selbst Zahlenmauern“ ohne Bedingungen für diese Zahlenmauern zu stellen, wäre wenig ergiebig. Damit Kinder nicht nur Zahlenmauern per Zufallsprinzip und unreflektiert erfinden, bietet es sich an, Bedingungen vorzugeben:

- Erfinde Zahlenmauern mit dem Deckstein 50, 100, ...
- Erfinde Zahlenmauern, in denen sich der Deckstein immer um 2 erhöht.
- Erfinde Zahlenmauern nach deiner eigenen Regel.





6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen

Die bekannten Vorgehensweisen, einen Zahlenmauer zu berechnen sind:

- additiv von unten nach oben,
- subtraktiv von oben nach unten,
- Stein für Stein in der sinnvollen Reihenfolge, je nachdem wo die Lücken in der Zahlenmauer sind.

Die Vorgehensweise beim Lösen offener Aufgaben (s.5) ist bei Zahlenmauern flexibel einsetzbar. Laden Sie die Kinder ein, ihre Vorgehensweise zu erklären und zu begründen.

7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden

Vorschläge zum Forschenden Rechnen mit Zahlenmauern finden sich

- in verschiedenen *Mathematikbüchern*,
- bei *PIK AS in Haus 6*,
- Im Projekt SINUS (z.B. Sinus.at).

8 Tipps und Herausforderungen

- Visualisieren Sie den Wortspeicher und die Chunks.
- Legen Sie Tippkarten (z.B. aus PIK AS) aus, die die Kinder beim gezielten Forschen anleiten.
- Bitten Sie einzelne Kinder, anderen Kindern die Berechnung von Zahlenmauern bzw. die Regeln zur Berechnung des Decksteins zu erklären.
- Lassen Sie einzelne Kinder ihre Erkenntnisse vor der Klasse referieren.
- Organisieren Sie Rechenkonferenzen mit gezielten Fragestellungen, in denen die Kinder ihre Entdeckungen kommunizieren.
- Nutzen Sie den Mathebriefkasten für gezielte Aufgabenstellungen.

Literaturangaben:

Baptist, P./ Raab, D. (2007): Auf dem Weg zu einem veränderten Mathematikunterricht. Zentrum zur Förderung des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Universität Bayreuth.

Wittmann, E. Ch./Müller, G.N. unter Mitwirkung von **Nührenbörger, M./ Schwarzkop, R.** (2017): Das Zahlenbuch 2, Stuttgart.

www.pikas.dzlm.de/material-pik

Foto: mit freundlicher Erlaubnis der Stiftsschule Bielefeld

1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche

- Päckchen ausrechnen
- Päckchen fortsetzen, Päckchen beschreiben, Päckchen untersuchen,
- Vermutungen begründen und beweisen, Päckchen reparieren,...

2 Wortspeicher einsetzen

1. Zahl	2. Zahl	Ergebnis
3	+ 1	= 4
3	+ 2	= 5
3	+ 3	= 6
3	+ 4	= 7

Chunks:
... wird immer um __ größer
... wird immer um __ kleiner
... bleibt immer gleich

8 Tipps und Herausforderungen

Tippkarten nutzen:

Tipp 1:

Markiere mit Farben.

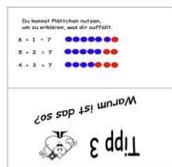
Tipp 2:

Markiere mit Pfeilen.

Tipp 3:

Lege mit Plättchen.

Vermutungen mithilfe von Plättchen begründen und beweisen.



Operative Päckchen:

$$3 + 1 = \underline{\quad}$$

$$3 + 2 = \underline{\quad}$$

$$3 + 3 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

3 Forschermittel verwenden

Markieren mit Farben und Pfeilen

$$3 + 1 = 4$$

$$3 + 1 = 4$$

$$\downarrow +0 \quad \downarrow +1 \quad \downarrow +1$$

$$3 + 2 = 5$$

$$3 + 2 = 5$$

$$\downarrow +0 \quad \downarrow +1 \quad \downarrow +1$$

$$3 + 3 = 6$$

$$3 + 3 = 6$$

4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen

Material nutzen: Plättchen, Steckwürfel,...



7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden

Den Zahlenraum variieren:

$$23 + 1 = \underline{\quad}$$

$$23 + 2 = \underline{\quad}$$

$$23 + 3 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Päckchen zu einem operativen Päckchen reparieren:

$$5 + 2$$

$$7 + 3$$

$$9 + 3 \quad 9 + 4$$

$$11 + 5$$

$$13 + 6$$

6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen

- Material nutzen (Plättchen, Steckwürfel, etc.)
- Markieren mit Farben oder Pfeilen (vgl. Forschermittel verwenden)

5 Offene Aufgaben einsetzen

Operative Päckchen erfinden:

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$15 + 3 = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

$$\underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad}$$

Operative Päckchen

Kurzdefinition: „Operative Päckchen“

Unter diesem Aufgabenformat versteht man operative Aufgabenserien, die die Kinder neben der Förderung der rechnerischen Fähigkeiten zum Entdecken, zum Erforschen und zum Erklären anregen z.B. $4+1$, $5+2$, $6+3$, usw. (vgl. Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht, Christoph Selter, S.14 ff).

In der mathematikdidaktischen Literatur und in den Schulbüchern werden für dieses Aufgabenformat unterschiedliche Namen verwandt: z.B. „Schöne Päckchen“ (Das Zahlenbuch), „Entdeckerpäckchen“ (PIK AS), „Starke Päckchen“ (Denken und Rechnen).

Das Aufgabenbeispiel zeigt ein operatives Päckchen im Zahlenraum bis 10.

Es ist wichtig, zunächst einige operative Päckchen von allen Kindern ausrechnen zu lassen. Dabei nutzen einige Schülerinnen und Schüler die von ihnen erkannten Zusammenhänge der Aufgaben, andere berechnen jede einzelne Aufgabe getrennt voneinander. Das Prinzip dieses Formates zu verstehen, fällt manchen Kindern schwer. Eine Schwierigkeit ist zum Beispiel die Lese-richtung des Musters (von oben nach unten) zu erkennen, da die Kinder gewohnt sind, eine Aufgabe von links nach rechts zu betrachten und zu bearbeiten. Aber auch das Muster zu erfassen und fortzusetzen stellt eine Herausforderung dar.

Wenn das Aufgabenprinzip verstanden ist, können sich Aufgabenstellungen anschließen, die die Kinder zum weiteren Nachdenken und Erforschen anregen (vgl. Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht, Christoph Selter, S.14 ff).

1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche

Das Aufgabenformat bietet vielfältige Möglichkeiten der Auseinandersetzung mathematischer Kompetenzen in verschiedenen Anforderungsbereichen:

- Rechenfertigkeiten üben (plus, minus, mal, geteilt),
- Muster erkennen und für die Lösung nutzen,
- Muster fortsetzen,
- Muster untersuchen und beschreiben,
- Begründungen finden.

$$\begin{array}{l} 3 + 1 = \underline{\quad} \\ 3 + 2 = \underline{\quad} \\ 3 + 3 = \underline{\quad} \\ 3 + 4 = \underline{\quad} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 + 1 = \underline{\quad} \\ 3 + 2 = \underline{\quad} \\ 3 + 3 = \underline{\quad} \\ \underline{\quad} + \underline{\quad} = \underline{\quad} \end{array}$$

- Setze das Muster fort.
- Beschreibe das Muster.
- Erkläre das Muster.



2 Wortspeicher einsetzen

Die angebotenen Fachausdrücke und Formulierungen unterstützen die Kinder, auf der einen Seite das operative Päckchen verständlich zu beschreiben und die eigenen Entdeckungen zu erklären. Auf der anderen Seite helfen sie, die Beschreibungen und Erklärungen eines anderen Kindes nachvollziehen zu können. Deshalb ist es wichtig, dass alle Kinder dieselben Begriffe benutzen.

Bei fehlender bzw. eingeschränkter Lesekompetenz werden die Fachausdrücke und Formulierungshilfen zunächst vorrangig mündlich angeboten und geübt.

Wortspeicher

	1. Zahl	2. Zahl	Ergebnis
Starke Päckchen kann man fortsetzen.	1	+	1 = 2
	1	+	2 = 3
	1	+	3 = 4
	1	+	4 = 5
	1	+	5 = 6

Chunks:

... wird immer um ____ kleiner

... wird immer um ____ größer

... bleibt immer gleich

Denken und Rechnen 1 S. 46, 2017

Der Wortspeicher lässt sich zum Beispiel auch erweitern für die Begründung eines Musters mithilfe von weiteren Formulierungshilfen:

Wenn die 1. Zahl um __ größer wird

und die zweite Zahl um __ größer wird,

dann wird das Ergebnis immer um __ größer.

3 Forschermittel

Folgende Hilfsmittel unterstützen Kinder darin, ein Muster erkennen und fortsetzen zu können.

Mit Farben die Leserichtung markieren:

Markiere mit Farben.

6	+	1	=	7
5	+	2	=	7
4	+	3	=	7

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_2/Schueler-Material/EP_2_Tippkarten.pdf



Mit Pfeilen die Veränderung markieren:

Markiere mit Pfeilen.

$$\begin{array}{c} -1 \left(6 + 1 = 7 \right) \rightarrow ? \\ \quad \downarrow +1 \\ -1 \left(5 + 2 = 7 \right) \rightarrow ? \\ \quad \downarrow +1 \\ 4 + 3 = 7 \end{array}$$

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_2/Schueler-Material/EP_2_Tippkarten.pdf

Mit Plättchen die Veränderung darstellen:

Du kannst Plättchen nutzen,
um zu erklären, was dir auffällt.

$$\begin{array}{l} 6 + 1 = 7 \quad \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \\ 5 + 2 = 7 \quad \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \\ 4 + 3 = 7 \quad \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \end{array}$$

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_2/Schueler-Material/EP_2_Tippkarten.pdf

4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen

Je nach Lernvoraussetzung können Kinder Material als enaktive Darstellung, Zeichnungen als ikonische Darstellung und rein auf Zahlenebene als symbolische Darstellungen nutzen.





5 Offene Aufgaben einsetzen

Das Aufgabenformat der operativen Päckchen bietet vielfältige Möglichkeiten offener Aufgaben an. Dabei ist es wichtig, den Kindern nicht nur ein „leeres Blatt“ zu präsentieren, sondern durch verschiedene offene Aufgabenangebote den Kindern die Möglichkeit zu geben ihren Fähigkeiten entsprechend, sich mit dem Aufgabenformat qualitativ zu beschäftigen:

- Erfinde ein schönes Päckchen (ganz frei).
- Die erste (zweite Zahl) soll bei jeder Aufgabe die 3 sein.
- Die erste Aufgabe soll $2+2$ lauten.
- Das erste Ergebnis soll 8 sein.
- ...

(vgl. Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht der Grundschule, C.Selter,2004 S.14ff)

6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen

Durch das Anbieten verschiedener Darstellungsformen (vgl. 4) und Bearbeitungsmöglichkeiten (vgl. 3) können alle Kinder auf ihrem ganz eigenen Niveau die Aufgaben untersuchen.

7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden

Operative Päckchen bieten vielfältige Möglichkeiten der Variation

- den Zahlenraum verändern (größer oder kleiner),
- die erforderlichen rechnerischen Fähigkeiten verändern,
- vorgegebene Beschreibungen einem passenden Päckchen zuordnen,

Entdecker-Päckchen 3
Entdecker-Päckchen untersuchen

Rechne aus.

A	B	C
$41 - 39 = \underline{\quad}$	$42 - 39 = \underline{\quad}$	$50 - 40 = \underline{\quad}$
$43 - 41 = \underline{\quad}$	$44 - 38 = \underline{\quad}$	$48 - 41 = \underline{\quad}$
$45 - 43 = \underline{\quad}$	$46 - 37 = \underline{\quad}$	$46 - 42 = \underline{\quad}$
$47 - 45 = \underline{\quad}$	$48 - 36 = \underline{\quad}$	$44 - 43 = \underline{\quad}$

• Suche die passende Beschreibung und schreibe den richtigen Buchstaben in den Kreis.

• Einen Satz musst du jeweils zu Ende schreiben.

Die erste Zahl wird immer um 2 größer.
Die zweite Zahl wird immer um 1 kleiner.
Das Ergebnis wird _____.

Die erste Zahl wird immer um 2 kleiner.
Die zweite Zahl wird immer um 1 größer.
Das Ergebnis _____.

Die erste Zahl wird immer um 2 größer.
Die zweite Zahl wird immer um 2 größer.
_____.

** Erfinde selbst ein AB mit solchen Aufgaben.

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_3/Schueler-Material/EP_3_AB_3_4.pdf



4 Entdecker-Päckchen. Schreibe noch zwei weitere Aufgaben dazu.

a) $\begin{array}{|l} 7 + 1 \\ 7 + 2 \\ 7 + 3 \end{array}$ b) $\begin{array}{|l} 10 + 3 \\ 11 + 3 \\ 12 + 3 \end{array}$ c) $\begin{array}{|l} 6 + 5 \\ 6 + 6 \\ 6 + 7 \end{array}$ d) $\begin{array}{|l} 10 + 3 \\ 9 + 4 \\ 8 + 5 \end{array}$ e) $\begin{array}{|l} 7 + 6 \\ 8 + 6 \\ 9 + 6 \end{array}$

5 Schau dir jedes Päckchen in Aufgabe 4 an. Zu welcher Regel passt es?
 A: Erste Zahl immer 1 mehr, zweite Zahl immer gleich, Ergebnis immer 1 mehr.
 B: Erste Zahl immer gleich, zweite Zahl immer 1 mehr, Ergebnis immer
 C: Erste Zahl immer 1 weniger, zweite Zahl immer 1 mehr, Ergebnis immer

Welt der Zahl 2 S.7, 2014

- ein Päckchen nach einer vorgegebenen Beschreibung fortsetzen,
ein Puzzle einsetzen: Beschreibungen zusammen setzen, Aufgaben zusammen setzen,...

Entdecker-Päckchen 3

Verändere die Zahlen in der Plus-Aufgabe

64 + 23 = ____

• Schneide die Aufgabenkarten aus.
 • Ordne die Aufgabenkarten auf dem AB in die richtigen Kästen ein.
 • Klebe sie auf.

$65 + 24 = \underline{\quad}$	$63 + 23 = \underline{\quad}$	$65 + 22 = \underline{\quad}$
$64 + 26 = \underline{\quad}$	$63 + 24 = \underline{\quad}$	$23 + 64 = \underline{\quad}$

• Schreibe die Sätze auf dem AB zu Ende.

Diese Satzteile können dir dabei helfen:

dann wird das Ergebnis um ____ größer.

dann wird das Ergebnis um ____ kleiner.

dann verändert sich das Ergebnis nicht.

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_-_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_3/Schueler-Material/EP_3_AB_5_Heft_Blanko_6_7.pdf

- Päckchen zu einem operativen Päckchen reparieren,

3 Schöne Päckchen?

$5 + 2 = 7$

$6 + 3 = 9$

~~$7 + 3 =$~~ $7 + 4 = 11$

$8 + 5 = 13$

$9 + 6 = 15$

Zahlenbuch 1 S.69, 2017



- Aufgabenvariationen untersuchen.

Was passiert mit dem Ergebnis, wenn man die Zahlen in der Aufgabe $64 + 23 = \square$ verändert?

AB 6b*

$65 + 23 = \square$ Wenn die erste Zahl um 1 größer wird.

Wenn die zweite Zahl um 3 größer wird.

Wenn beide Zahlen um 1 größer werden.

Wenn die erste Zahl um 1 kleiner wird.

Wenn die erste Zahl um 1 größer wird und die zweite Zahl um 1 kleiner.

Wenn man die beiden Zahlen tauscht.

Wenn man nur die beiden Einer tauscht.

* Wie kannst du die Plus-Aufgabe $64 + 23$ noch verändern?
 Wenn man _____

https://pikas.dzlm.de/pikasfiles/uploads/upload/Material/Haus_1_Entdecken_Beschreiben_Begrunden/UM/Entdeckerpaeckchen/Einheit_3/Schueler-Material/EP_3_AB_5_Heft_Blanko_6_7.pdf

8 Tipps und Herausforderungen

Als Unterstützung bietet es sich an:

- drei Tippkarten mit je einem Forschermittel (Siehe Forschermittel) im Klassenraum zur Verfügung zu stellen,
- den Wortspeicher (siehe Wortspeicher) mit den Formulierungshilfen zu nutzen.

Als zusätzliche Herausforderung bietet sich an:

- die Entdeckungen zu begründen z.B. mithilfe der Forschermittel (Pfeile, Material),
- für die Begründung eines Musters Formulierungshilfen einen erweiterten Wortspeicher zu nutzen (Wenn die 1. Zahl um ___ größer wird und die zweite Zahl um ___ größer wird, dann wird das Ergebnis immer um ___ größer).

Literaturangaben:

Buschmeier, G./ Hacker, J. / Kuß, S. / Lack, C. / Lammel, R./ Weiß, A./ Wichmann, M. (2017): Denken und Rechnen 1, Braunschweig.

Rinkens, H.-D./ Rottmann, T./ Träger, G. (Hrsg.) (2014): Welt der Zahl 1, Braunschweig.

Selter, C. (2004): Erforschen, Entdecken und Erklären im Mathematikunterricht der Grundschule, Publikation des Programms SIMUS-Transfer Grundschule Kiel.

Wittmann, E. Ch./ Müller, G. N. unter Mitwirkung von Nührenbörger, M./ Schwarzkopf, R. (2017): Das Zahlenbuch 1, Stuttgart.

1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche

Partnerspiel

- Zahlenkarten von 0 bis 12 vorbereiten
- Vier Zahlenkarten wählen
- Alle sechs Aufgaben machen
- Ergebnisse der Größe nach in einem Sechser-Pack anbringen
- Dem Partner eine der vier Zahlenkarten zeigen
- Er soll die fehlende Zahlenkarte finden

2 Wortspeicher einsetzen

Wortspeicher „Sechser-Pack“

Zahlenkarte → Eigenzahl

1. Zahl 2. Zahl

3 Forschermittel verwenden

Markieren mit Farben
z.B. die größte und die kleinste Zahlenkarte einfärben
Zahlenkarten nutzen

4 Unterschiedliche Darstellungsformen nutzen

Punkte statt Zahlen
Zahlenkarten nutzen

5 Offene Aufgaben einsetzen

Eigenen „Sechser-Pack“ entwickeln - Partnerspiel

„Sechser-Pack“

8 Tipps und Herausforderungen

„Hast du alle Zahlenkarten dreimal verwendet?“
„Beginne mit der kleinsten Zahlenkarte!“
„Welche Zahlenkarte passt dazu?“
2 fehlende Zahlenkarten

7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden

2 + = 5
+ = 6
+ = 7
+ = 11
+ = 12
+ = 13

5 + = 8
+ = 9
+ = 11
+ = 12
+ = 14
+ = 15

2 + = 5
+ = 6
+ = 7
+ = 11
+ = 12
+ = 13

7 + = 14
+ = 16
+ = 28
+ = 32
+ =

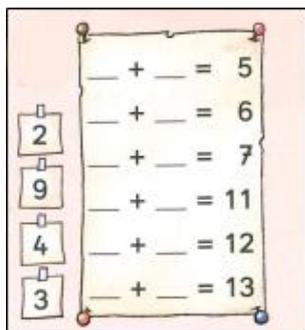
6 Verschiedene Vorgehensweisen nutzen

- ausprobieren
- Systematisches Vorgehen (1 Zahl mit allen Zahlen kombinieren)
- Strategisches Vorgehen (2 größten Zahlen ergeben größtes Ergebnis, 2 kleinsten Zahlen ergeben kleinstes Ergebnis)

Sechser-Pack

Kurzdefinition: „Sechser-Pack“

Alle Zahlenkarten und alle Ergebniszahlen sind vorgegeben:



Aus vier verschiedenen Zahlenkarten werden sechs Additionsaufgaben gebildet, wobei Aufgabe und Tauschaufgabe als eine Aufgabe gelten. Die sechs Ergebniszahlen müssen der Größe nach geordnet werden (siehe Beispiel links).

Einführung des Grundformats „Sechser-Pack“

Die Schülerinnen und Schüler erhalten vier Zahlenkarten (z.B. 2,3,4 und 9). Mit ihren Zahlenkarten ermitteln die Schülerinnen und Schüler möglichst viele Additionsaufgaben. Diese werden notiert und anschließend nach ihren Ergebnissen sortiert. Es wird die Regel eingeführt, dass Aufgabe und Tauschaufgabe als eine Aufgabe gelten. Gemeinsam wird erkannt, dass es sechs verschiedene Möglichkeiten gibt.

Anschließend können weitere Aufgaben des gleichen Typs erfolgen beziehungsweise Aufgaben in der Form des Grundformats gestellt werden, um diese Entdeckung („Es gibt immer nur 6 Aufgaben“) zu prüfen.

Das Übungsformat unterstützt:

Prozessbezogene Kompetenzen

- Problem lösen und kreativ sein, Arithmetische Zusammenhänge erkennen,
- Darstellen: Aufgaben mit Zahlenkarten darstellen,
- Kommunizieren/Argumentieren: Vermutungen zu Lösungen entwickeln.

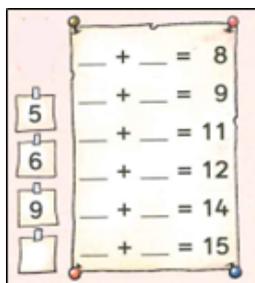
Inhaltsbezogene Kompetenzen

- Zahlen und Operationen: Addieren und Ergänzen üben,
- Rechenstrategien anwenden,
- Gesetzmäßigkeiten erkennen.



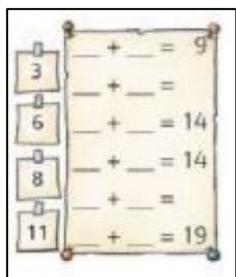
1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche

- Drei Zahlenkarten sind vorgegeben, eine Zahlenkarte ist unbekannt.



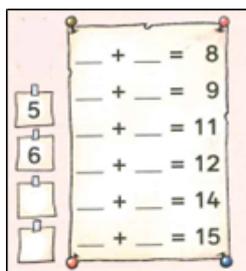
Die fehlende Zahlenkarte wird durch (systematisches) Ausprobieren ermittelt. Dabei können Gesetzmäßigkeiten entdeckt und genutzt werden (z.B. die größte und zweitgrößte Zahlenkarte bildet die Aufgabe mit der höchsten Ergebniszahl (die „letzte Aufgabe“)).

- Alle Zahlenkarten sind vorgegeben, zwei Ergebniszahlen fehlen



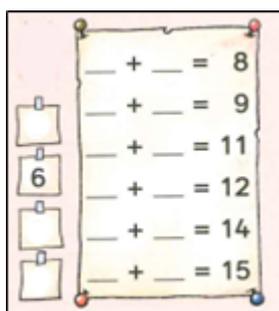
Die fehlenden Ergebniszahlen werden durch (systematisches) Ausprobieren ermittelt. Dabei können Gesetzmäßigkeiten entdeckt und genutzt werden.

- Zwei Zahlenkarten sind vorgegeben, zwei Zahlenkarten sind unbekannt.



Zu Beginn kann nur eine Aufgabe direkt gelöst werden (hier: $5+6=11$). Die restlichen Aufgaben und Zahlenkarten müssen durch (systematisches) Ausprobieren ermittelt werden. Dabei können Gesetzmäßigkeiten entdeckt und genutzt werden. **Tipp:** Zusätzliche Eintragungen (z.B. erste Zeile $_+5=8$) eignen sich zur Differenzierung und erleichtern die Bearbeitung der Aufgaben.

- Eine Zahlenkarte ist vorgegeben, drei Zahlenkarten sind unbekannt.



Diese Aufgabenvariation ist nicht immer eindeutig lösbar und hat eventuell mehrere Lösungsmöglichkeiten. Die Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler sind deutlich erhöht.



- Keine Zahlenkarte ist vorgegeben, vier Zahlen sind unbekannt.

Sechser-Pack

Ein Sechser-Pack hat zwei Lösungen.
Ein Sechser-Pack hat keine Lösung.

Abbildung aus: https://www.rinkens-hd.de/en/skripte/didaktik-arithmetik/11_prinzipien-des-uebens.pdf (seite 19)

2 Wortspeicher

Der Wortspeicher stellt Kindern möglichst visualisierte Versprachlichungshilfen für notwendige Fachbegriffe, Erklärungen und geeignete Materialien für ihren individuellen und fachlichen Lernfortschritt zur Verfügung.

Der Wortspeicher unterstützt insbesondere Kinder mit Migrationshintergrund, mit spracharmen Elternhaus und Kinder mit spezifischen Sprachentwicklungsbedarf (vgl. Modul 1, S.14).

Folgende Begriffe sollten im Wortspeicher für das Übungsformat „Sechser-Pack“ aufgenommen werden: Zahlenkarte, Ergebniszahl, 1. Zahl, 2. Zahl.

Für Beschreibungen und Begründungen sind folgende Begriffe hilfreich: plus; größer, kleiner, Addition, Summe, Tauschaufgabe.

Chunks können zusätzlich nützlich sein, wie z.B. „Die beiden größten Zahlen stehen...“.

**Wortspeicher
„Sechser-Pack“**

Zahlenkarte

Ergebniszahl

1. Zahl

2. Zahl



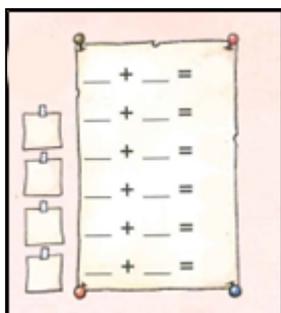
3 Forschermittel

Häufig fällt es Kindern leichter, ihr Vorgehen oder ihre Entdeckungen bildlich zu veranschaulichen. Hierbei helfen den Kindern Forschermittel. Für das Veranschaulichen von Lösungswegen und Entdeckungen bieten sich für das Übungsformat Sechser-Pack farbige Markierungen oder farbige Zahlenkarten an.

4 Unterschiedliche Darstellungen nutzen

Das Aufgabenformat „Sechser-Pack“ lässt eine Vernetzung unterschiedlicher Darstellungsformen zu. Die Kinder können auf enaktiver (Steckwürfel), ikonischer (Zahlenkarten) und symbolischer Ebene das Aufgabenformat lösen und entdecken. Somit ermöglicht es individuelle Zugänge und zugleich einen gemeinsamen Austausch.

5 Offene Aufgaben einsetzen



Die Schülerinnen und Schüler entwickeln eine eigene „Sechser-Pack“-Kartei (ggf. jede Karte mit Lösung auf der Rückseite).

6 Verschiedene Vorgehensweisen ermöglichen

Das offene Aufgabenformat „Sechser-Pack“ ermöglicht verschiedene Vorgehensweisen. Jedes Kind kann somit die Aufgabe nach seinen individuellen Fähigkeiten und mit eigenen Hilfsmitteln bearbeiten. Dies bedeutet, dass ein leistungsstärkeres Kind das Sechser-Pack eher strategisch lösen wird (die zwei größten Zahlen ergeben das größte Ergebnis, die zwei kleinsten Zahlen ergeben das kleinste Ergebnis), während ein leistungsschwächeres Kind dies eher durch Ausprobieren lösen wird.



7 Verwandte Aufgabenstellungen verwenden

Das Übungsformat „**Sechser-Pack**“ bietet vielfältige Möglichkeiten der Variation (siehe **1 Angebot verschiedener Anforderungsbereiche**). Zu den unter **1 „Angebot verschiedener Anforderungsbereiche“** dargestellten Aufgabenvariationen ergibt sich durch Veränderung der Rechenoperation ein Übungsformat für die Multiplikation, das sogenannte Multi-Pack.

8 Tipps und Herausforderungen

Zur Unterstützung können die Kinder:

- Tippkarten mit Hinweisen zum Lösungsweg („Beginne mit der kleinsten Zahlenkarte!“) oder Lösungsansätzen (zwei fehlende Zahlenkarten werden angegeben) erhalten,
- Hinweise zum sinnvollen Einsatz der Forschermittel („Markiere die kleinste Zahl.“),
- Wortspeicher mit Formulierungshilfen (siehe **2. Wortspeicher**) nutzen.

Literaturangaben:

https://www.rinkens-hd.de/en/skripte/didaktik-arithmetik/11_prinzipien-des-uebens.pdf
(27.11.2018)

RINKENS H.D., ROTTMANN T. TRÄGER G. (Hrsg.): Welt der Zahl - Allgemeine Ausgabe 2015- Lehrmaterialien. Schroedel, Braunschweig 2015.

ROTTMANN T.: Gemeinsames Lernen am gemeinsamen Gegenstand als Ziel inklusiven Mathematikunterrichts (Skript zur Fortbildung), Lemgo 2012.